铜仁一中高二年级防疫期间“停课不停学”网上第一次周考
数学（理科）试卷
参考答案

1．C

【详解】

试题分析：原命题:若 p 则 q 的逆否命题为若 $\neg q$ 则 $\neg p$ ，所以 A 显然正确；

特称命题的否定为全称命题，所以 B 显然正确；

若 p 且 q 为假命题，则 p ，q 至少有一个是假命题，所以 C 的推断不正确；

$x^2-3x+2>0 \Rightarrow x<1$ 或 $x>2$，所以“$x<1$”是“$x^2-3x+2>0$”的充分不必要条件．所以 D 正确．

故选 C.

考点：1 命题；2 充分必要条件．

2．B

【分析】

利用全称命题的否定解答.

【详解】

由题得命题 p ：$\forall x>0$，$\dfrac{x}{x-1}>0$，

即：p ：$\forall x>0$，$x<0$或$x>1$，

所以命题 p 的否定 $\neg p$ 是：$\exists x_0>0$，$0\le x_0\le 1$.

故选：B

【点睛】

本题主要考查全称命题的否定，意在考查学生对该知识的理解掌握水平和分析推理能力.

3．C

【分析】

首先根据 $|PF_1|<a+c$ 可判断出点 P 在该双曲线左支上，再根据双曲线的定义即可得结果.

【详解】

在双曲线 $\dfrac{x^2}{16}-\dfrac{y^2}{48}=1$ 中，$a=4$，$b=4\sqrt{3}$，$c=8$，

因为 $|PF_1|=10<a+c=12$，

所以点 P 在该双曲线左支上，则 $|PF_2|=2a+|PF_1|=2\times4+10=18$，

故选：C.

【点睛】

本题主要考查了双曲线的定义，判断出点 P 的位置是解题的关键，属于中档题.

4．B

【分析】

根据题意，求得向量 $\overrightarrow{AD}$ 和 $\overrightarrow{BC}$ 的坐标，再结合空间向量的数量积的运算，即可得到两直线的位置关系，得到答案.

【详解】

由题意，点 $A(1,2,3)$，$B(1,0,4)$，$C(3,0,5)$，$D(4,1,-3)$，

可得 $\overrightarrow{AD}=(3,-1,-6)$，$\overrightarrow{BC}=(2,0,1)$，

又由 $\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{BC}=2\times3+(-1)\times0+(-6)\times1=0$，

所以 $\overrightarrow{AD}\perp\overrightarrow{BC}$，所以直线 AD 与 BC 垂直.

故选：B.

【点睛】
本题主要考查了空间向量的数量积的运算及其应用，其中解答中熟记空间向量的坐标运算，以及空间向量的数量积的运算是解答本题的关键，着重考查了推理与运算能力，属于基础题.

5．A

【分析】
根据两个向量共线的坐标表示列方程，由此求得x,y，从而求得$|\vec{b}|$.

【详解】
由于$\vec{a}//\vec{b}$，所以$\frac{3}{-1}=\frac{x}{2}=\frac{y}{1}$，解得$x=-6,y=-3$，所以$\vec{b}=(3,-6,-3)$，所以$|\vec{b}|=\sqrt{3^2+(-6)^2+(-3)^2}=\sqrt{54}=3\sqrt{6}$.

故选：A

【点睛】
本小题主要考查空间向量平行求参数，考查空间向量模的计算，属于基础题.

6．C

【分析】
根据平均变化率的计算公式列式，计算出所求的结果.

【详解】
依题意，所求平均变化率为$\frac{(1+\Delta x)^2-1^2}{\Delta x}=2+\Delta x$，故选 C.

【点睛】
本小题主要考查平均变化率的计算，考查运算求解能力，属于基础题.

7．C

分析：先建立空间直角坐标系，设立各点坐标，利用向量数量积求向量夹角，再根据向量夹角与线线角相等或互补关系求结果.

详解：以 D 为坐标原点，DA,DC,DD_1 为 x,y,z 轴建立空间直角坐标系，则$D(0,0,0),A(1,0,0),B_1(1,1,\sqrt{3}),D_1(0,0,\sqrt{3})$,所以$\overrightarrow{AD_1}=(-1,0,\sqrt{3}),\overrightarrow{DB_1}=(1,1,\sqrt{3})$,

因为$\cos\left\langle\overrightarrow{AD_1},\overrightarrow{DB_1}\right\rangle=\frac{\overrightarrow{AD_1}\cdot\overrightarrow{DB_1}}{\left|\overrightarrow{AD_1}\right|\left|\overrightarrow{DB_1}\right|}=\frac{-1+3}{2\times\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{5}}{5}$，所以异面直线 AD_1 与 DB_1 所成角的余弦值为$\frac{\sqrt{5}}{5}$，选 C.

点睛：利用法向量求解空间线面角的关键在于“四破”：第一，破“建系关”，构建恰当的空间直角坐标系；第二，破“求坐标关”，准确求解相关点的坐标；第三，破“求法向量关”，求出平面的法向量；第四，破“应用公式关”.

8．D

【分析】
由题意得到$2a=10$，$c=4$再根据$b^2=a^2-c^2$,求出$b=3$,分焦点在 x 轴和 y 轴上写出标准方程即可.

【详解】
由题意可得：$2a=10$，$c=4$，所以$a=5$，$c=4$，由$b^2=a^2-c^2$得$b^2=9$；所以，当焦点在 x 轴上时，椭圆的标准方程为$\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$;当焦点在 y 轴上时，椭圆的标准方程为$\frac{y^2}{25}+\frac{x^2}{9}=1$.

【点睛】
本题主要考查根据a,b,c三者之间关系求椭圆的标准方程，属于基础题型.

9．C

【分析】

对函数$s(t)=t^3+2t^2+3t$求导，求出$s'(3)$，即可得出结果.

【详解】

因为$s(t)=t^3+2t^2+3t$，所以$s'(t)=3t^2+4t+3$，因此$s'(3)=3\times3^2+4\times3+3=42$.

故选 C

【点睛】

本题主要考查瞬时变化率，求瞬时速度即是求该点处的导数，属于基础题型.

10．B

【分析】

求函数的导数，利用导数的几何意义求出切线斜率，进行求解即可.

【详解】

函数的导数$f'(x)=e^x$，

则函数在点$(0,f(0))$处的切线斜率$k=f'(0)=e^0=1$，

因为$f(0)=e^0+1=2$，

所以切点坐标为为$(0,2)$，

则切线方程为$y=x+2$，

故选 B.

【点睛】

该题考查的是有关函数图象在某点处的切线方程的求解问题，涉及到的知识点有导数的几何意义，直线方程的点斜式，属于简单题目.

11．B

【分析】

利用导数求得函数的单调性，进而排除A,D；根据$(0,+\infty)$上的最大值$f(2)<0$可排除C，从而得到结果.

【详解】

由$x^2>0$得：$x\neq0$，即$f(x)$定义域为$(-\infty,0)\cup(0,+\infty)$

则$f'(x)=\dfrac{1}{x^2}\cdot2x-1=\dfrac{2-x}{x}(x\neq0)$

$\therefore$当$x\in(0,2)$时，$f'(x)>0$；当$x\in(-\infty,0)$和$(2,+\infty)$时，$f'(x)<0$

即$f(x)$在$(0,2)$上单调递增，在$(-\infty,0)$和$(2,+\infty)$上单调递减，可排除A,D

又$f(2)=\ln4-2<0$　　$\therefore f(x)$在$(0,+\infty)$上的最大值小于零，可排除C

故选：B

【点睛】

本题考查函数图象的辨析，处理此类问题通常采用排除法的方式来进行求解；关键是能够利用导数确定函数的单调性，同时确定区间内最值点.

12．C

【分析】

存在三个不同实数x_1,x_2,x_3满足$\dfrac{f(x_1)}{x_1}=\dfrac{f(x_2)}{x_2}=\dfrac{f(x_3)}{x_3}=a$，则函数$\dfrac{f(x)}{x}$与$y=a$的图象有三个交点，求出$\dfrac{f(x)}{x}$的单调性，并作出函数$\dfrac{f(x)}{x}$与$y=a$的图象，可得出答案.

【详解】

构造函数 $g(x)=\dfrac{f(x)}{x}=\dfrac{\mathrm{e}^x}{x^2}$，定义域为 $(-\infty,0)\cup(0,+\infty)$，

求导得 $g'(x)=\dfrac{\mathrm{e}^x(x-2)}{x^3}$，

当 $x>2$ 时，$g'(x)>0$，此时函数 $g(x)$ 单调递增；

当 $0<x<2$ 时，$g'(x)<0$，此时函数 $g(x)$ 单调递减；

当 $x<0$ 时，$g'(x)>0$，此时函数 $g(x)$ 单调递增.

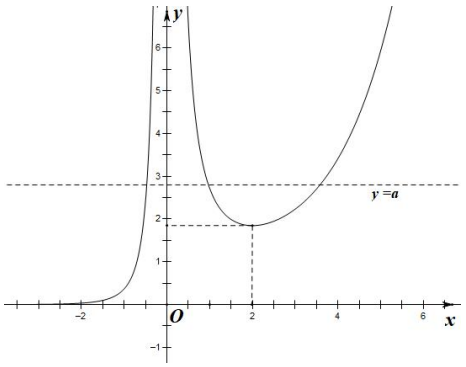
作出函数 $g(x)$ 的图象，如下图，

当 $x>0$ 时，$g(x)$ 的最小值为 $g(2)=\dfrac{\mathrm{e}^2}{4}$，值域为 $\left[\dfrac{\mathrm{e}^2}{4},+\infty\right)$；

当 $x<0$ 时，$g(x)$ 的值域为 $(0,+\infty)$.

因为存在三个不同实数 x_1,x_2,x_3 满足 $\dfrac{f(x_1)}{x_1}=\dfrac{f(x_2)}{x_2}=\dfrac{f(x_3)}{x_3}=a$，所以函数 $g(x)$ 与 $y=a$ 的图象有三个交点，故只需 $a>\dfrac{\mathrm{e}^2}{4}$ 即可.

故选：C.



【点睛】

本题考查函数单调性的应用，考查函数图象交点问题，利用数形结合方法是解决本题的关键，属于中档题.

13． $2-\pi$

【分析】

求导，代入数据得到答案.

【详解】

$f(x)=x\sin x+2x-1\Rightarrow f'(x)=\sin x+x\cos x+2\Rightarrow f'(\pi)=-\pi+2$

故答案为 $2-\pi$

【点睛】

本题考查了导数的计算，属于简单题.

14． $x^2=8y$

【分析】

由题意可设抛物线 C 的方程为 $x^2=2py$，$(p>0)$，由已知准线方程为 $y=-2$ 可解得 p，则抛物线方程可求.

【详解】

由题意可设抛物线 C 的方程为 $x^2=2py$，$(p>0)$，

∵准线方程为 $y=-2$，$\therefore -\dfrac{p}{2}=-2$，解得 $p=4$.

∴抛物线 C 的标准方程为 $x^2=8y$.

故答案为：$x^2=8y$.

【点睛】

本题考查抛物线标准方程的求法，是基础的计算题

15. $-\frac{1}{2}$

【分析】

根据曲线 $y=e^{ax}$ 在点 $(0,1)$ 处的切线的斜率列方程，解方程求得 a 的值，进而求得 $\cos\frac{a\pi}{3}$ 的值.

【详解】

直线 $x+2y+1=0$ 的斜率为 $-\frac{1}{2}$，所以曲线 $y=e^{ax}$ 在点 $(0,1)$ 处的切线的斜率为

2 . $y'=ae^{ax}$，$y'|_{x=0}=a$，所以 $y'|_{x=0}=a=2$，所以 $\cos\frac{a\pi}{3}=\cos\frac{2\pi}{3}=-\frac{1}{2}$.

故答案为：$-\frac{1}{2}$

【点睛】

本小题主要考查利用导数求切线的斜率，考查两直线垂直时斜率的关系，考查复合函数导数的求法，考查特殊角的三角函数值，属于基础题.

16. $\frac{\sqrt{5}}{5}$

【分析】

如图所示建立空间直角坐标系，平面 ABD 的法向量 $\overrightarrow{n_1}=(1,0,0)$，平面 ACD 的法向量 $\overrightarrow{n_2}=(1,\sqrt{3},1)$，利用夹角公式计算得到答案.

【详解】

设 BD 中点为 O，则 $AO=CO=\sqrt{3}$，$AC=\sqrt{6}$，故 $AO\perp CO$，故 OA,OC,OD 两两垂直，如图所示建立空间直角坐标系.

平面 ABD 的法向量 $\overrightarrow{n_1}=(1,0,0)$，设平面 ACD 的法向量为 $\overrightarrow{n_2}=(x,y,z)$，

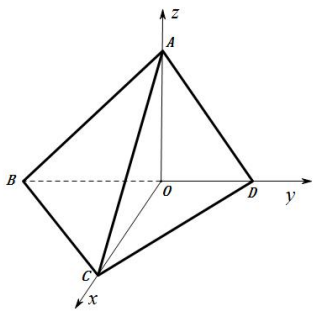
$A(0,0,\sqrt{3}),C(\sqrt{3},0,0),D(0,1,0)$，则 $\overrightarrow{n_2}\cdot\overrightarrow{CD}=0,\overrightarrow{n_2}\cdot\overrightarrow{AD}=0$，

解得：$\overrightarrow{n_2}=(1,\sqrt{3},1)$，则法向量夹角

$\cos\theta=\frac{\overrightarrow{n_1}\cdot\overrightarrow{n_2}}{|\overrightarrow{n_1}|\cdot|\overrightarrow{n_2}|}=\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}\cdot\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{5}}{5}$.

故二面角 $B-AD-C$ 的余弦值为 $\frac{\sqrt{5}}{5}$.

故答案为：$\frac{\sqrt{5}}{5}$.



【点睛】

本题考查了二面角，意在考查学生的空间想象能力和计算能力.

17.（1）$a\le\frac{1}{4}$；（2）$\frac{1}{4}<a<2$

【解析】

【分析】

（1）关于 x 的方程 $x^2-x+a=0$ 有实数根，则△=1－4a≥0，解得 a 的范围.（2）由题意得 p

为真命题，q 为假命题求解即可.

【详解】

（1）∵ 方程$x^2 - x + a = 0$ 有实数根，得：$q:\Delta = 1 - 4a \geq 0$ 得 $a \leq \frac{1}{4}$； -------5 分

（2）∵ $p \vee q$ 为真命题，$\neg q$ 为真命题

∴ p 为真命题，q 为假命题，即$\begin{cases} -2 < a < 2 \\ a > \frac{1}{4} \end{cases}$ 得$\frac{1}{4} < a < 2.$ -------5 分

【点睛】

本题考查了一元二次方程的实数根与判别式的关系、复合命题真假的判断方法，考查了推理能力，属于基础题.

18．(1)焦点$(\pm 5,0)$，顶点$(\pm 4,0)$，离心率$e=\frac{5}{4}$；(2)$\frac{4y^2}{9}-\frac{x^2}{4}=1$

【解析】

【分析】

（1）由双曲线C：$\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{9}=1$可得：$a=4,b=3$，从而求得：$c=5$，问题得解.

（2）设所求双曲线的方程为：$\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{9}=\lambda$，将$A\left(2\sqrt{3},-3\right)$代入即可求得$\lambda$，问题得解.

【详解】

（1）∵双曲线C：$\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{9}=1$，所以$a=4,b=3$，∴$c=\sqrt{a^2+b^2}=5$，

∴双曲线C的焦点坐标$(-5,0)$，$(5,0)$，顶点坐标$(-4,0)$，$(4,0)$，离心率$e=\frac{c}{a}=\frac{5}{4}$.

------6 分

（2）设所求双曲线的方程为：$\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{9}=\lambda$，

将$A\left(2\sqrt{3},-3\right)$代入上式得：$\frac{\left(2\sqrt{3}\right)^2}{16}-\frac{(-3)^2}{9}=\lambda$，解得：$\lambda=-\frac{1}{4}$

∴所求双曲线的方程为：$\frac{4y^2}{9}-\frac{x^2}{4}=1$. -------6 分

【点睛】

（1）主要考查了双曲线的简单几何性质，属于基础题.

（2）主要考查了共渐近线的双曲线方程的特征-若双曲线方程为：$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1\ (a>0,b>0)$

则与它共共渐近线的双曲线方程可设为：$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=\lambda$，属于基础题.

19．（1）1；（2）-3．

【解析】

【分析】

（1）求导，根据极值的定义可以求出实数a的值；

（2）求导，求出$x\in[-2,1]$时的极值，比较极值和$f(-2)$、$f(1)$之间的大小的关系，最后求出函数的最小值.

【详解】

（1）$f(x)=x^3-3ax-1 \Rightarrow f'(x)=3x^2-3a$，函数$f(x)=x^3-3ax-1$在$x=-1$处取得极值，所以有$f'(-1)=0\Rightarrow 3(-1)^2-3a=0\Rightarrow a=1$； -------6 分

（2）由（1）可知：$f(x)=x^3-3x-1 \Rightarrow f'(x)=3x^2-3=3(x+1)(x-1)$，
当$x\in(-2,-1)$时，$f'(x)>0$，函数$f(x)$单调递增，当$x\in(-1,1)$时，$f'(x)<0$，函数$f(x)$单调递减，故函数在$x=-1$处取得极大值，因此$f(-1)=(-1)^3-3\times(-1)-1=1$，
$f(-2)=(-2)^3-3\times(-2)-1=-3$，$f(1)=1^3-3\times1-1=-3$，故函数$f(x)$的最小值为$-3$
-------6 分.

【点睛】
本题考查了求闭区间上函数的最小值，考查了极值的定义，考查了数学运算能力.

20.（1）$D(0,0,0)$，$N(2,1,0)$，$M(1,2,3)$；（2）线段MD,MN的长度分别为$\sqrt{14},\sqrt{11}$；
（3）不垂直，理由见解析

【解析】
【分析】
（1）由已知条件，利用长方体的结构特征，能求出点D,N,M的坐标.
（2）直接利用两点间距离公式公式求解.
（3）求出$\overrightarrow{DN}$，$\overrightarrow{MN}$，计算数量积即可判断是否垂直.
【详解】
解：（1）两直线垂直，证明：由于D为坐标原点，所以$D(0,0,0)$，
由$|AB|=|BC|=2$，$|D_1D|=3$得：
$A(2,0,0),B(2,2,0),C(0,2,0),B_1(2,2,3),C_1(0,2,3)$，
因为点N是AB的中点，点M是B_1C_1的中点，
$\therefore N(2,1,0)$，$M(1,2,3)$； -------4 分
（2）由两点距离公式得：
$|MD|=\sqrt{(1-0)^2+(2-0)^2+(3-0)^2}=\sqrt{14}$，
$|MN|=\sqrt{(2-1)^2+(1-2)^2+(0-3)^2}=\sqrt{11}$； -------4 分
（3）直线DN与直线MN不垂直，
理由：由（1）中各点坐标得：$\overrightarrow{DN}=(2,1,0)$，
$\overrightarrow{MN}=(1,-1,-3)$ $\therefore\overrightarrow{DN}\cdot\overrightarrow{MN}=(2,1,0)\cdot(1,-1,-3)=1$，$\therefore\overrightarrow{DN}$与$\overrightarrow{MN}$不垂直，
所以直线DN与直线MN不垂直. -------4 分
【点睛】
本题考查空间中点的坐标的求法，考查线段长的求法，以及利用向量的坐标运算判断垂直，解题时要认真审题，注意空间思维能力的培养.

21.（1）$f(x)=e^x-x^2-1$；（2）证明见解析；

【解析】
分析：
(1)利用导函数研究函数切线的方法可得函数的解析式为$f(x)=e^x-x^2-1$.
(2)构造新函数$g(x)=f(x)+x^2-x=e^x-x-1$.结合函数的最值和单调性可得
$f(x)\geq-x^2+x$.
【详解】
（1）根据题意，得$f'(x)=e^x-2x$，则$f'(0)=1=b$.
由切线方程可得切点坐标为$(0,0)$，将其代入$y=f(x)$，得$a=-1$，
故$f(x)=e^x-x^2-1$. -------6 分

（2）令 $g(x)=f(x)+x^2-x=e^x-x-1$.

由 $g'(x)=e^x-1=0$，得 $x=0$，

当 $x\in(-\infty,0)$，　$g'(x)<0$，　$y=g(x)$ 单调递减；

当 $x\in(0,+\infty)$，　$g'(x)>0$，　$y=g(x)$ 单调递增.

所以 $g(x)_{\min}=g(0)=0$，所以 $f(x)\geq -x^2+x$.　　-------6 分

22.（Ⅰ）曲线 C 的直角坐标方程为 $(x-2)^2+y^2=4$，它是以 $(2,0)$ 为圆心，半径为 2 的圆.

（Ⅱ）$|PQ|=|t_1-t_2|=\sqrt{(t_1+t_2)^2-4t_1t_2}=\sqrt{7}$.

【解析】

试题分析：（1）在极坐标方程两边同乘以 ρ，利用极坐标与直角坐标的互化公式即可将曲线 C 的极坐标方程转化为直角坐标方程，消去参数即可求出直线 l 的普通方程；（2）将直线的参数方程代入圆的直角坐标方程，由直线参数的几何意义与根与系数关系即可求 $|PQ|$.

解析：（1）$\because \rho=4\cos\theta,\therefore \rho^2=4\cos\theta$,由 $\rho^2=x^2+y^2,\rho\cos\theta=x$,得 $x^2+y^2=4x$,

所以曲线 C 的直角坐标方程为 $(x-2)^2+y^2=4$,由 $\begin{cases}x=-1+\dfrac{\sqrt{3}}{2}t\\ y=\dfrac{1}{2}t\end{cases}$,消去 t 解得：

$x-\sqrt{3}y+1=0$.所以直线 l 的普通方程为 $x-\sqrt{3}y+1=0$.　　-------6 分

（2）把 $\begin{cases}x=-1+\dfrac{\sqrt{3}}{2}t\\ y=\dfrac{1}{2}t\end{cases}$ 代入 $x^2+y^2=4x$,整理得 $t^2-3\sqrt{3}t+5=0$,

设其两根分别为 t_1,t_2，则 $t_1+t_2=3\sqrt{3},t_1t_2=5,\therefore |PQ|=|t_1-t_2|=\sqrt{(t_1+t_2)^2-4t_1t_2}=\sqrt{7}$.

-------6 分

考点：1.极坐标与直角坐标的互化；2，参数方程与普通方程的互化；3.直线参数方程参数的几何意义.